

تمرين عدد 1: (3 نقاط)

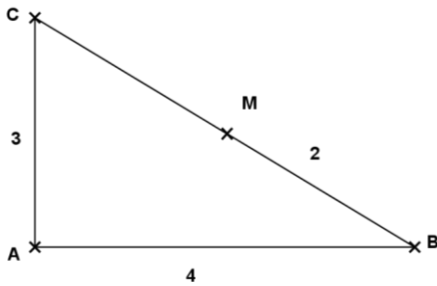
يلي كل سؤال ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة.
أنقل في كل مرة على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له.

(1) مجموعة حلول المعادلة: $(3x-1)^2 + (4x+1)^2 = (5x-1)^2$ هي:

أ/ $\left\{ \frac{1}{8} \right\}$ ب/ $\left\{ \frac{2}{15} \right\}$ ج/ \emptyset

(2) إذا كانت النقطة I على القطعة [AB] حيث $2AI = 3BI$ فإن نسبة AI من AB هي :

أ/ $\frac{2}{3}$ ب/ $\frac{2}{5}$ ج/ $\frac{3}{5}$

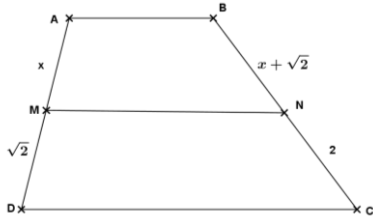


(3) في الرسم المقابل ABC مثلث قائم الزاوية في A

حيث $AC = 3$ و $AB = 4$

M نقطة على [BC] حيث $MB = 2$ إذن قيس AM يساوي

أ/ $\frac{6}{\sqrt{5}}$ ب/ 3 ج/ 2,4



(4) في الرسم المقابل ABCD شبه منحرف

M على [AB] و N على [BC] حيث (MN) موازي لـ (AB)

إذن x يساوي:

أ/ $2 - \sqrt{2}$ ب/ $2 + \sqrt{2}$ ج/ $2\sqrt{2}$

تمرين عدد 2: (3 نقاط)

نعتبر العددين الحقيقيين: $a = \sqrt{\sqrt{5}-2}$ و $b = \sqrt{5\sqrt{5}+2}$

(1) أ/ بيّن أن $a^2 + b^2 = 6\sqrt{5}$

ب/ بيّن أن $ab = 4 - \sqrt{5}$

ج/ استنتج أن $a + b = 2\sqrt{2 + \sqrt{5}}$

(2) أ/ تحقّق أن $a(a+b) = 2$

ب/ استنتج أن $\frac{1}{a}$ هو المعدّل الحسابي لـ a و b.

(3) قارن العددين $5a$ و b.

تمرين عدد 3: (4 نقاط)

لتكن العبارة $A = x^2 - 2\sqrt{2}x - 16$

(1) أحسب القيمة العددية للعبارة A في حالة $x = 1 + \sqrt{2}$

(2) أ/ بيّن أن $A = (x - \sqrt{2})^2 - 18$

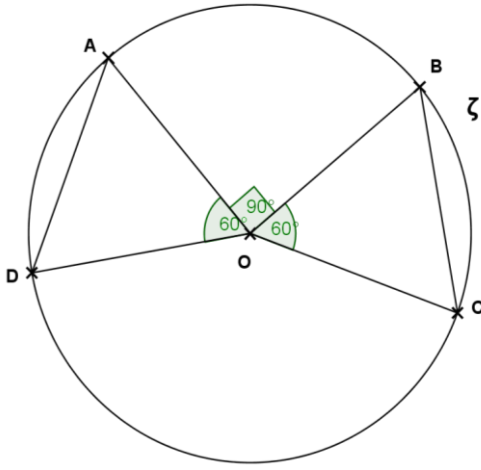
ب/ فكك العبارة A إلى جذاء عوامل

ج/ حلّ في R المعادلة $A = 0$.

(3) أ/ بيّن أن $A \leq 14$ يعني $|x - \sqrt{2}| \leq 4\sqrt{2}$.

ب/ استنتج حلّ المتراجحة: $A \leq 14$ في R ومثل مجموعة حلولها على المستقيم المدرّج.

تمرين عدد 4: (6 نقاط)



(وحدة قياس الطول هي الصنتمتر)

في الرّسم المقابل: دائرة مركزها O وشعاعها 1.

حيث A, B, C و D أربع نقاط على دائرة حيث

$$A\hat{O}B = 90^\circ, B\hat{O}C = 60^\circ \text{ و } A\hat{O}D = 60^\circ$$

(1) أ/ أحسب $C\hat{O}D$ واستنتج $A\hat{D}C$.

ب/ برهن أنّ ABCD شبه منحرف

(2) أ/ قارن المثلثين ADC و BCD.

ب/ ليكن $H = B * C$. بيّن أنّ النقاط H و O و D هي على إستقامة واحدة.

ج/ استنتج أنّ $AC = BD = CD$.

$$(3) \text{ أ/ برهن أنّ } CD = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

ب/ ليكن J المسقط العمودي لـ B على (CD)

$$\text{بيّن أنّ } BJ = \frac{DH}{CD} \text{ واستنتج أنّ مساحة } ABCD \text{ تساوي } \frac{3 + 2\sqrt{3}}{4}$$

(4) المستقيمان (AC) و (BD) يتقاطعان في I

$$\text{أ/ بيّن أنّ } \frac{IA}{IB} = \frac{AC}{BD} \text{ واستنتج أنّ } \frac{IA}{IC} = \frac{IB}{ID}$$

ب/ استنتج أنّ (OI) عمودي على (CD).

(5) (OI) يقطع (AB) في M ويقطع (CD) في N

بيّن أنّ N هي منتصف [CD] واستنتج أنّ المثلث MCD قائم الزاوية.

تمرين عدد 5: (4 نقاط)

(وحدة قياس الطول هي الصنتمتر)

في الرسم المقابل ABCD

رباعي أوجه حيث ABC و ACD مثلثات متقايسة الأضلاع.

H منتصف [AC] والمستقيم (DH) عمودي على المستوي (ABC)

ولدينا $AC = 4$.

(1) أ/ برهن أنّ المثلث BHD متقايس الضلعين وقائم الزاوية في H.

$$\text{ب/ استنتج أنّ } BD = 2\sqrt{6}$$

(2) ليكن O منتصف [BD].

أ/ برهن أنّ (BD) عمودي على (AOC).

ب/ أحسب OH

(3) لتكن I و J و K و L منتصفات [AB] و [BC] و [CD] و [AD] على التوالي.

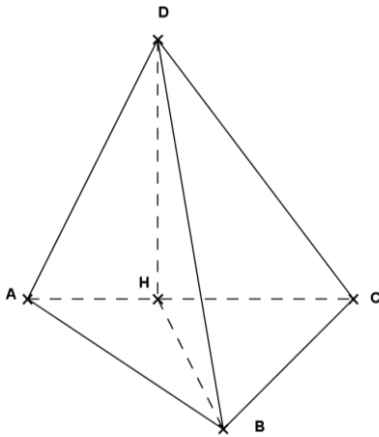
برهن أنّ الرباعي IJKL متوازي أضلاع.

(4) لتكن M منتصف [HC].

أ/ برهن أنّ المستقيم (AC) عمودي على المستوي (KJM).

ب/ استنتج أنّ (LK) عمودي على (KJM).

ج/ برهن أنّ IJKL مستطيل وأحسب IK.



تصريف كعدد 2:

$$a^2 + b^2 = 5\sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} - 2 = 6\sqrt{5} \quad (1)$$

$$ab = \sqrt{(5\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)} = \sqrt{25 + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 4} \quad (2)$$

$$= \sqrt{21 - 8\sqrt{5}} = \sqrt{\sqrt{5}^2 + 4^2 - 2 \times 4 \times \sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5} - 4)^2}$$

$$= |\sqrt{5} - 4| = 4 - \sqrt{5}$$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \quad (3)$$

$$= 6\sqrt{5} + 2(4 - \sqrt{5}) = 6\sqrt{5} + 8 - 2\sqrt{5} = 8 + 4\sqrt{5}$$

$$= 4(2 + \sqrt{5})$$

$$a+b = \sqrt{4(2+\sqrt{5})} = 2\sqrt{2+\sqrt{5}} \quad \text{اذن}$$

$$a(a+b) = a^2 + ab = \sqrt{5} - 2 + 4 - \sqrt{5} = 2 \quad (4)$$

$$\frac{a+b}{2} = \frac{1}{a} \quad \text{يعني } a(a+b) = 2 \quad (5)$$

يعني $\frac{1}{a}$ هو المعكوس الحسابي لـ a و b

$$(5a)^2 = 25(\sqrt{5} - 2) = 25\sqrt{5} - 50 \quad (6)$$

$$b^2 - 5a^2 = 5\sqrt{5} + 2 - 25\sqrt{5} + 50 = 52 - 20\sqrt{5} = 2(26 - 10\sqrt{5})$$

لدينا: $26^2 = 676$ و $(10\sqrt{5})^2 = 500$ اذن $26 > 10\sqrt{5}$

وبالتالي $b^2 - 5a^2 > 0$ و $b > \sqrt{5}a$

وبما ان $b > \sqrt{5}a$ و a و b موجبان $\implies a > 0$

ابن الخوارزمي
2015/05

التاسعة المسألة - كتاب الحساب
المصنف القادر

تصريف كعدد 1:

$$(3x-1)^2 + (4x+1)^2 = (5x+1)^2 \quad (1)$$

$$9x^2 - 6x + 1 + 16x^2 + 8x + 1 = 25x^2 + 10x + 1 \quad \text{يعني}$$

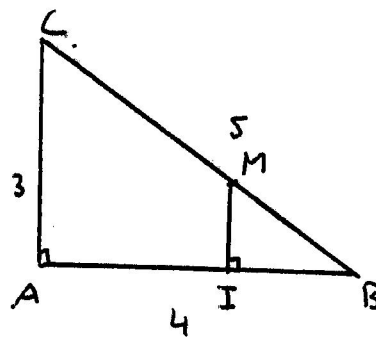
$$25x^2 + 2x + 2 = 25x^2 + 10x + 1 \quad \text{يعني}$$

$$1 = 8x \quad \text{يعني}$$

$$x = \frac{1}{8} \quad \text{يعني}$$

$$\frac{AI}{3} = \frac{BI}{2} = \frac{AI+BI}{3+2} = \frac{AB}{5} \quad \text{يعني} \quad \frac{AI}{3} = \frac{BI}{2} \quad \text{يعني} \quad 2AI = 3BI \quad (2)$$

$$AI = \frac{3}{5} AB \quad \text{اذن}$$



(3) اذنا I المستط العمودي لـ M لـ (AB)

مبرهنة طاليس في ABC:

$$\frac{BI}{BA} = \frac{MI}{AC} = \frac{BM}{BC}$$

$$\frac{BI}{4} = \frac{MI}{3} = \frac{2}{5} \quad \leftarrow$$

$$MI = \frac{6}{5} \quad \text{و} \quad AI = 4 - \frac{8}{5} = \frac{12}{5} \quad \text{و} \quad BI = \frac{8}{5} \quad \leftarrow$$

بتطبيق مبرهنة ساكنر في AMI:

$$AM^2 = \left(\frac{6}{5}\right)^2 + \left(\frac{12}{5}\right)^2 = \frac{36 + 144}{25} = \frac{180}{25} \implies AM = \sqrt{\frac{180}{25}} = \sqrt{\frac{36}{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

(4) المستقيمات (AB) و (MN) و (CD) متوازية اذن حسب مبرهنة طاليس:

$$\frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{x+\sqrt{2}}{2} \quad \leftarrow \quad \frac{x}{x+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \leftarrow \quad \frac{AM}{BN} = \frac{MO}{NC}$$

$$x = \frac{2}{2-\sqrt{2}} = 2 + \sqrt{2} \quad \leftarrow \quad \frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \quad \leftarrow \quad \frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{x+\sqrt{2}-x}{2-\sqrt{2}} \quad \leftarrow$$

تصميم كسر 3:

$$A = x^2 - 2\sqrt{2}x - 16$$

$$x = 1 + \sqrt{2} \text{ -- الو (1)}$$

$$\begin{aligned} A &= (1 + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}(1 + \sqrt{2}) - 16 \\ &= 1 + 2\sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{2} - 4 - 16 \\ &= -17. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x - \sqrt{2})^2 - 18 &= x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 - 18 \\ &= x^2 - 2\sqrt{2}x - 16 \\ &= A. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= (x - \sqrt{2})^2 - 18 \quad \text{(ب)} \\ &= (x - \sqrt{2})^2 - (3\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2} - 3\sqrt{2})(x - \sqrt{2} + 3\sqrt{2}) \\ &= (x - 4\sqrt{2})(x + 2\sqrt{2}). \end{aligned}$$

$$(x - 4\sqrt{2})(x + 2\sqrt{2}) = 0 \text{ يعني } A = 0 \quad \text{(ج)}$$

$$x - 4\sqrt{2} = 0 \text{ او } x + 2\sqrt{2} = 0 \text{ يعني}$$

$$x = 4\sqrt{2} \text{ او } x = -2\sqrt{2} \text{ يعني}$$

$$SR = \{4\sqrt{2}, -2\sqrt{2}\} \text{ اذن}$$

$$(x - \sqrt{2})^2 - 18 \leq 14 \text{ يعني } A \leq 14 \quad \text{(د)}$$

$$(x - \sqrt{2})^2 \leq 32 \text{ يعني}$$

$$|x - \sqrt{2}| \leq \sqrt{32}$$

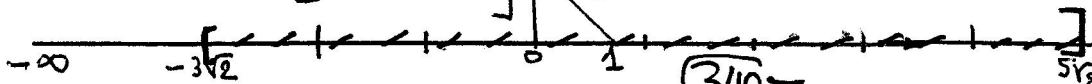
$$|x - \sqrt{2}| \leq 4\sqrt{2} \text{ يعني}$$

$$-4\sqrt{2} \leq x - \sqrt{2} \leq 4\sqrt{2} \text{ يعني } |x - \sqrt{2}| \leq 4\sqrt{2} \text{ يعني } A \leq 14 \quad \text{(ه)}$$

$$-3\sqrt{2} \leq x \leq 5\sqrt{2} \text{ يعني}$$

$$SR = [-3\sqrt{2}, 5\sqrt{2}]$$

اذن



تصميم كسر 4:

(1)

$$\begin{aligned} \widehat{COD} &= 360 - (90 + 60 + 60) \\ &= 360 - 210 = 150^\circ. \end{aligned}$$

في المثلث COD لدينا $OC = OD$

$$\begin{aligned} \widehat{ODC} &= \widehat{OCD} \text{ اذن} \\ &= \frac{180 - 150}{2} = 15^\circ. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widehat{ADC} &= \widehat{ADO} + \widehat{ODC} \text{ وباللها} \\ &= 60 + 15 = 75^\circ. \end{aligned}$$

(ب) المثلث OAB متساوي الساقين قائم الزاوية في O اذن $\widehat{OAB} = 45^\circ$
 OAD متساوي الساقين اذن $\widehat{DAO} = 60^\circ$

$$\widehat{BAD} = 45 + 60 = 105^\circ \text{ وباللها}$$

المستقيمان (AB) و (DC) يقطعهما المستقيم (AD) لينتج كسفا زاويتان داخليات من نفس الجهة متكاملتان: $\widehat{BAD} + \widehat{ADC} = 105 + 75 = 180$

اذن: (AB) و (DC) متوازيتان

وبالتالي الرباعي ABCD شبه متكافئ.

(2) مقارنة المثلثين ACD و BCD:

$$DC = DC$$

$$AD = BC = 1$$

$$\widehat{ADC} = \widehat{BCD} = 75^\circ$$

حسب اكمال الثانية لتساوي المثلثين نستج ان ACD و BCD متساويين.

A/10

3/10